ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΑΛΓΕΒΡΑ / Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**28 / 02 / 2026**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 134.
Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31.
Α3. **i.** Σωστό, **ii.** Σωστό, **iii.** Λάθος, **iv.** Σωστό, **v.** Σωστό

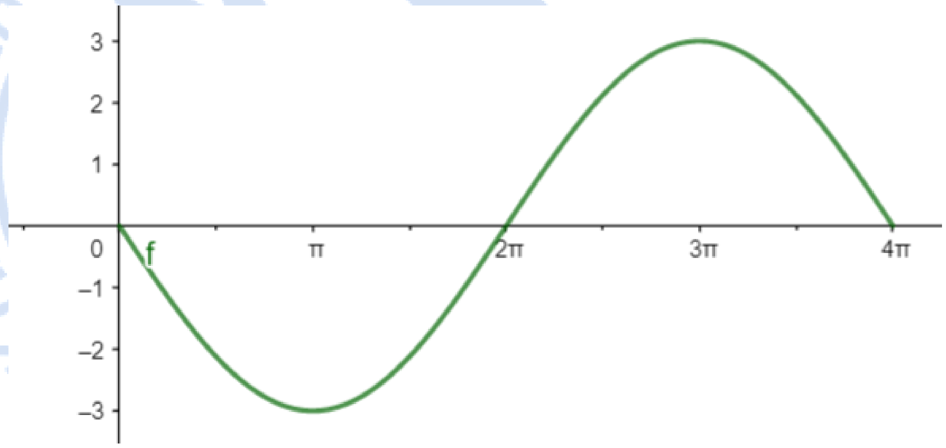
ΘΕΜΑ Β

Β1. Τ = $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$, $max_f = 3$ και $min_f = -3$.

Β2.

x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{x}{2}$	0	π/2	π	3π/2	2π
ημ $\frac{x}{2}$	0	1	0	-1	0
f(x) = – 3 ημ $\frac{x}{2}$	0	−3	0	3	0

Β3. Η γραφική παράσταση της f σε διάστημα μιας περιόδου είναι η ακόλουθη:



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. P(εφ $\frac{\pi}{4}$) = 27 ⇔ P(1) = 27 ⇔ $1^4 + (\lambda + 1)\cdot 1^3 + 9\cdot 1^2 + 8\cdot 1 + \lambda = 27$
⇔ 1 + λ + 1 + 9 + 8 + λ = 27 ⇔ 2λ = 27 – 19 ⇔ 2λ = 8 ⇔ λ = 4

Γ2. Για λ = 4 έχουμε:
$P(x) = x^4 + (4 + 1)x^3 + 9x^2 + 8x + 4$ => $P(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 8x + 4$
Πιθανές ακέραιες ρίζες είναι οι: +1, –1, +2. –2, +4, –4.

Παρατηρούμε ότι P(−2) = 16 – 40 + 36 – 16 + 4 = 0
Με τη βοήθεια του σχήματος Horner για ρ = −2 έχουμε:

1	5	9	8	4	ρ = −2
	−2	−6	−6	−4	
1	3	3	2	0	

Οπότε, προκύπτει: $x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 8x + 4 = (x^3 + 3x^2 + 3x + 2)\cdot(x + 2)$ (1)
Έστω $Q(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ με πιθανές ακέραιες ρίζες τις: −1, +1, −2, +2.
Για x = – 1 : Q(−1) = −1 + 3 −3 + 2 = 1 ≠ 0
Για x = 1 : Q(1) = 1 + 3 + 3 + 2 = 9 ≠ 0
Για x = – 2 : Q(−2) = −8 + 12 −6 + 2 = 0
Για x = + 2 : Q(2) = 8 + 12 + 6 + 2 = 28 ≠ 0
Με τη βοήθεια του σχήματος Horner για ρ = −2 έχουμε:

1	3	3	2	ρ = – 2
	−2	−2	−2	
1	1	1	0	

Επομένως προκύπτει, $Q(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = (x^2 + x + 1)\cdot(x + 2)$ (2)
Τελικά, από σχέσεις (1) και (2) η εξίσωση γίνεται:
$P(x) = 0 \iff (x^2 + x + 1)\cdot(x + 2)^2 = 0 \iff x^2 + x + 1 = 0$ ή $(x + 2)^2 = 0$
$\iff \Delta < 0$, (αδύνατη) ή $x + 2 = 0 \iff x = -2$

Γ3. Κατασκευάζουμε πίνακα προσήμων με ρίζα το −2 και έχουμε:

x	−∞	– 2	+∞
$x^2 + x + 1$	+		+
$(x + 2)^2$	+	0	+
P(x)	+	0	+

Οπότε, P(x) > 0 για x (−∞, – 2)U(– 2, +∞).

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. (i) Τα πολυώνυμα είναι ίσα, οπότε είναι:

$P(x) = Q(x) \iff αx^3 - 9x^2 + 10x - 3 = 2x^3 - βx^2 + 5αx - 3$

$\iff α = 2,\ -β = -9,\ 5α = +10 \iff α = 2$ και $β = 9$

(ii) Σύμφωνα με το **Θεώρημα Υπολοίπου**, το υπόλοιπο της διαίρεσης του Q(x) με το $x + 3$ είναι ίσο με το $Q(-3)$.

Άρα, $Q(-3) = 2(-3)^3 - 9(-3)^2 + 10(-3) - 3 = -54 - 81 - 30 - 3 = -168$

Δ2. Έχουμε: $A = -2(\,ημπ + συν0°) \Rightarrow A = -2(0 + 1) \Rightarrow A = -2$

Ελέγχουμε αν το $x - 3$ και το $x + 2$ είναι παράγοντες του $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3$.

Για $x = -2$ το $P(-2) = 2\cdot(-2)^3 - 9\cdot(-2)^2 + 10\cdot(-2) - 3 = -16 - 36 - 20 - 3 = -75 \neq 0$

Για $x = 3$ το $P(3) = 2\cdot 33 - 9\cdot 32 + 10\cdot 3 - 3 = 54 - 81 + 30 - 3 = 0$

Επομένως, το $x - 3$ είναι παράγοντας του P(x) και το $x + 2$ δεν είναι.

Δ3. Τα ζητούμενα σημεία τομής έχουν τις τεταγμένες τους ίσες με 0 και οι τετμημένες τους είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = 0$.

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner για $x = 1$ προκύπτει:

$P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = (2x^2 - 7x + 3)\cdot(x - 1)$

Άρα $P(x) = 0 \iff (2x^2 - 7x + 3)\cdot(x - 1) = 0 \iff 2x^2 - 7x + 3 = 0$ ή $x - 1 = 0$

$\iff Δ = 25 > 0$, άρα $x = \frac{-(-7)\pm\sqrt{25}}{2\cdot 2}$ δηλαδή $x = 3$ ή $x = \frac{1}{2}$

ή $x = 1$

Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τον x΄x είναι τα (3, 0), $(\frac{1}{2}, 0)$ και (1,0).

Δ4. $W(x) = (x - 4)\,P(x) = (x - 4)(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3)$

Θέλουμε να βρούμε τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία να ισχύει: $(x - 4)(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3) > 0$

Από το Δ3 προκύπτει ότι: $(x - 4)(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3) = 2(x - 4)(x - 3)(x - \frac{1}{2})(x - 1)$

Θα κατασκευάσουμε πίνακα προσήμων για τους παραπάνω παράγοντες:

x	$-\infty$		½		1		3		4		$+\infty$
x – 4		-		-		-		-	0	+	
x – 3		-		-		-	0	+		+	
x – 1		-		-	0	+		+		+	
x – 1/2		-	0	+		+		+		+	
W(x)		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Άρα $W(x) > 0$ για $x \in (-\infty, ½) \cup (1,3) \cup (4, +\infty)$.